

vento de Adoratrices de Cartagena, con luces de 5,50 metros en placa continua, pero con nervio longitudinal, según disponen las Normas; y de una casa particular en Murcia, con luces de 3,60 y 4,20 metros. Actualmente se construye también con estas bovedillas un grupo de 340 viviendas protegidas en Albacete.

La bovedilla, de 40 x 50 x 10 cm pesa 12 kilogramos aproximadamente. La placa de hormigón superior puede tener 4 cm en la clave, pues, aunque las Normas marcan 5 cm, hay que tener en cuenta la curvatura de la cara superior de la bovedilla. Con tres moldes, trabajando en «cadena»—atendidos los tres por un ayudante y un amasador—y fijando al yeso el precio de 0,12 pesetas el kilogramo, al hierro, 4 pesetas kilogramo, y al cemento 400 pesetas la tonelada, el coste del metro cuadrado de este forjado, en luces de 3 y 4 metros y con sobrecarga de 250 kilogramos por metro cuadrado, oscila de 52 a 56 pesetas, según los estudios verificados en las obras realizadas.

El precio de la madera, para puntales y tabloneros de sostenimiento de las bovedillas, no es preciso tenerlo en

cuenta, ni aun como amortización, pues la norma seguida en los forjados realizados ha sido la de la máxima autarquía y aprovechamiento, empleando para ello tablones de buena calidad que, luego, sin desperdicio alguno, han sido utilizados en la carpintería de taller de la propia obra.

La ventaja principal del forjado con estas bovedillas es la de la autosuficiencia, al no tener que depender—más que en el hierro—de materiales de fabricación previa. Su inconveniente puede estribar en que es preciso un pequeño encofrado para la construcción del forjado, pero teniendo en cuenta la completa utilización posterior de la madera este defecto desaparece.

Entre otras ventajas figuran las de todos los suelos nervados con piezas huecas: cielo-raso formado al terminar el piso, no necesitando más que la capa de yeso blanco; poca sonoridad; impermeabilidad, por tener una placa de 4 cm de hormigón, y su relativo poco coste.

A estas bovedillas se les concedió el año 1945 patente de invención núm. 169.124.

UN COMENTARIO SOBRE LA ESTABILIDAD DE LA CUPULA DE SAN PEDRO DE ROMA

Javier Lahuerta, Arquitecto

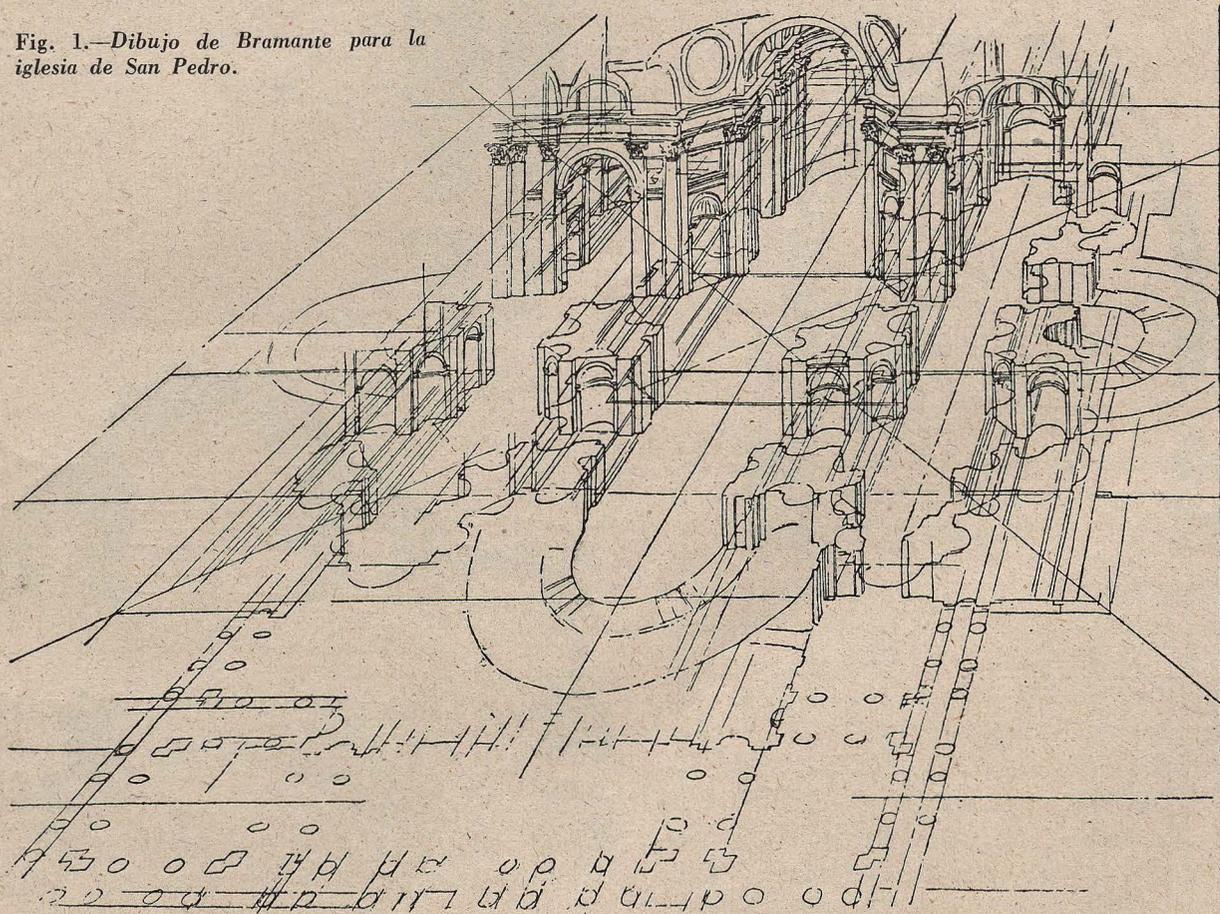
Puesto de actualidad el tema de la Basílica de San Pedro, de Roma, con el artículo que publicamos en otra parte de este número sobre urbanización de la Vía de la Consolación, traemos a estas páginas el estudio clásico que sobre la estabilidad de su cúpula realizó el profesor

Gottgetreu (1), que hemos tomado transcripto por el profesor Milani (2).

(1) GOTTGOTREU: *Lehrbuch der Hochbau-Konstruktionen*. Berlín 1880.

(2) MILANI: *L'ossatura murale*. Torino 1920.

Fig. 1.—Dibujo de Bramante para la iglesia de San Pedro.



La cúpula proyectada primitivamente por Bramante (figura 2) era de tipo puramente romano, con intradós esférico y estradós que recordaba a la del Panteón. (La disposición en planta del edificio puede verse en el interesante dibujo en perspectiva del propio Bramante, que reproducimos en la figura 1.) Afortunadamente para la solución práctica de un problema tan importante, tuvo lugar la necesaria maduración, debida al tiempo y al estudio continuo de más de un arquitecto, hasta que Miguel Angel sintetizó en forma perfecta las diversas tentativas.

La ejecución práctica de la cúpula la realizó Fontana, quien, por razones diversas, entre las que es probable entraran razones de estabilidad, modificó el perfil proyectado por Miguel Angel, peraltándolo, tal como aparece en la figura 3.

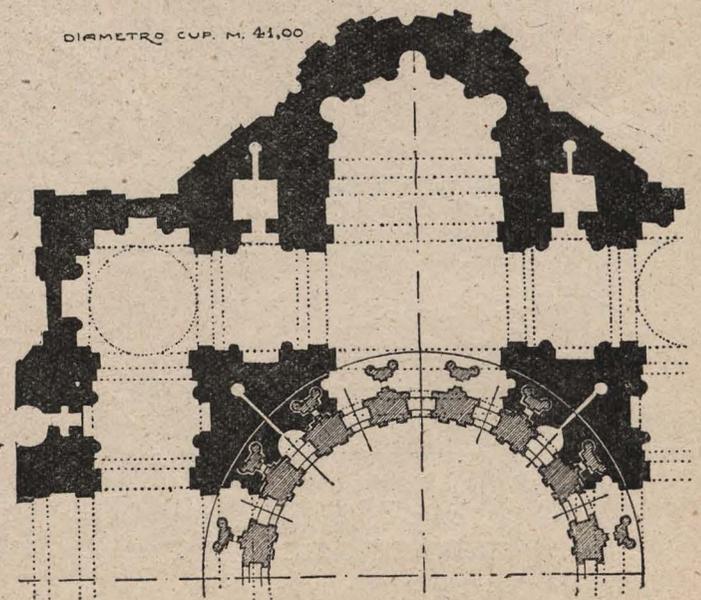
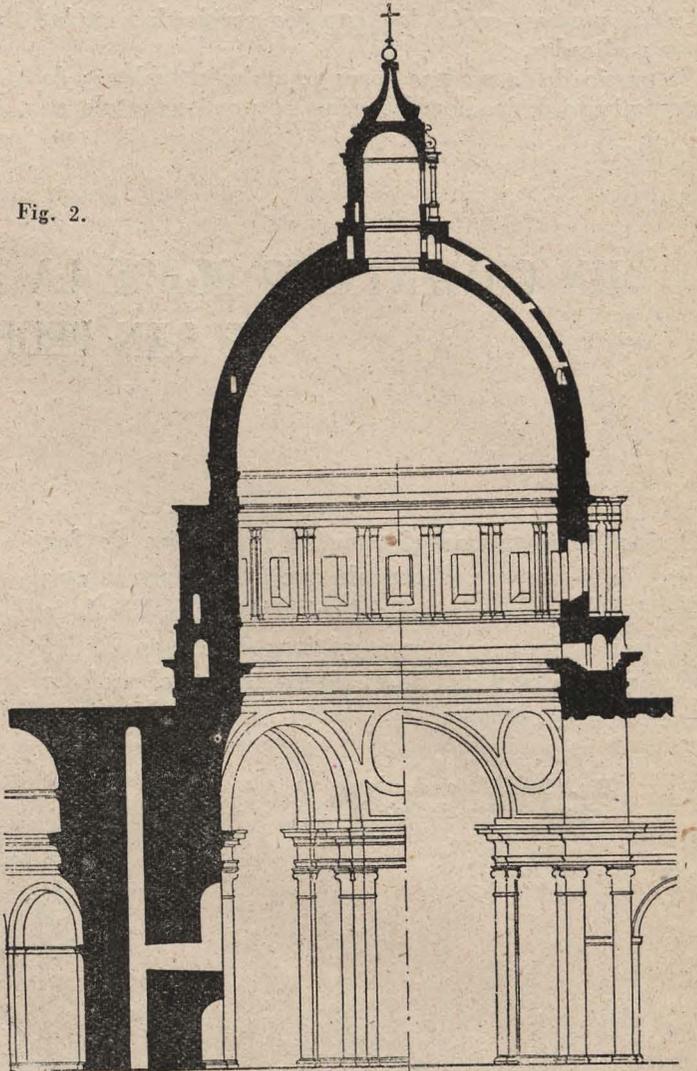
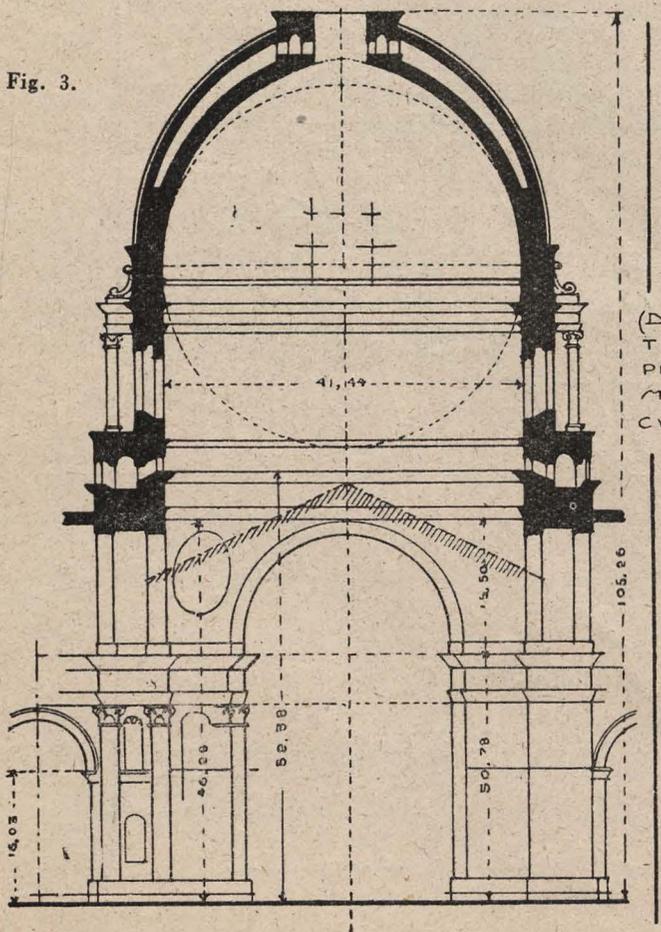
La figura 4 da una idea de la construcción de la obra. Sobre el tambor de mampostería se elevaron, apoyados en una cimbra, dieciséis nervios construídos con fábrica de ladrillo de hiladas en sentido de la curvatura de la cúpula, apoyando superiormente en el anillo que soporta la linterna. Entre estos nervios se construyeron dos hojas separadas, una formando el estradós y otra el intradós de la cúpula, dejando resaltados algo los nervios, tanto exterior como interiormente. Ambas hojas son también de fábrica de ladrillo, pero no ya con llagas horizontales, sino formando unos 45°, en forma de espina de pez. La figura 6 muestra en axonométrica el conjunto constructivo de la cúpula con gran claridad.

En el comportamiento elástico de una cúpula se admite la hipótesis de Rankine y Schwedler, según la cual bajo cargas axialsimétricas se producen solamente es-

fuerzas normales de compresión o tracción en sentido de meridianos y paralelos, sin que tengan lugar flexiones ni esfuerzos tangenciales. En una cúpula elástica, el esfuerzo según el meridiano, a la altura de un determinado paralelo, vale por unidad lineal de éste:

$$N_M = \frac{Q}{2 \pi r \operatorname{sen} \varphi}$$

siendo Q la carga total por encima del paralelo, r el radio del mismo y φ el ángulo de la tangente al meri-



diano con la horizontal en dicho punto; este esfuerzo, como se ve, es siempre de compresión.

El esfuerzo según el paralelo, por unidad lineal de meridiano, vale:

$$N_P = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d(Q \cot \varphi)}{ds}$$

siendo s la longitud del meridiano.

Mientras el producto $Q \cot \varphi$ va aumentando al recorrer el meridiano bajando, su derivada respecto a s es positiva, y, por consiguiente, se producen esfuerzos de compresión según los paralelos. Pero en las cúpulas de este tipo ocurre que, a partir de un cierto valor de φ , el producto $Q \cot \varphi$ empieza a disminuir, produciéndose entonces esfuerzos de tracción según los paralelos.

En las cúpulas de fábrica, el comportamiento es diferente si las tensiones de tracción que origina N_P no son capaces de ser resistidas por la fábrica. En este caso aparecen en la mitad inferior fisuras verticales según algunos meridianos, y se independizan sectores de cúpula, que trabajan en esta mitad inferior como arcos, modificándose algo el sistema interno de esfuerzos de la mitad superior debido a este movimiento. Las fisuras que hemos citado se observan en la cúpula de San Pedro.

El comportamiento estático de la cúpula pasa a ser bastante indeterminado, siendo preciso para realizar el cálculo de su estabilidad suponer los valores de las compresiones, según los paralelos, en la mitad superior, que ya no son las que ha dado el cálculo elástico anterior. Además aparecen flexiones, es decir, la línea meridiana

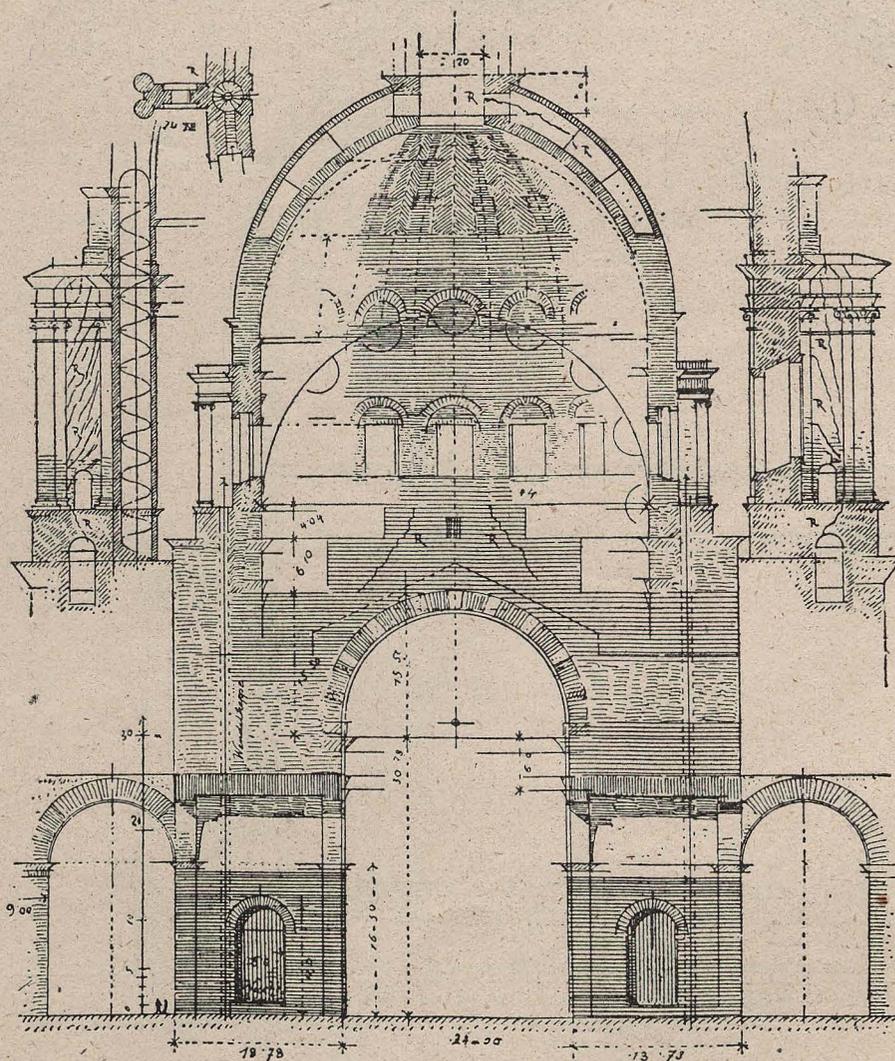


Fig. 4. — Construcción de la cúpula.

Finalmente, la cúpula transmite a su arranque un empuje que, evaluado en tracción radial, vale

$$R = \frac{P \cot \varphi_A}{2\pi}$$

siendo φ_A el ángulo de acometida de la cúpula en el arranque. En el caso, muy frecuente, de acometida vertical $\varphi_A = \frac{\pi}{2}$, y, por consiguiente $R = 0$.

de presiones no pasa ya por el eje de la sección meridiana de la cúpula, siendo que suele acercarse al intradós hacia la mitad, y al estradós en el arranque. La cúpula, aunque arranque verticalmente, da ahora empuje. En la cúpula de San Pedro puede apreciarse este empuje por las grietas que presentan los contrafuertes. Un estudio de este tipo es el realizado por el profesor Gottgetreu en la cúpula de San Pedro, que reproducimos en la figura 5. Con acierto ha sido estudiada, primero por separado la estabilidad de las dos hojas, y luego, la del conjunto.

Se ha tomado en el cálculo de cargas y esfuerzos un nervio y las partes adyacentes de las hojas en un sector de 1/16 de circunferencia, y este elemento se ha dividido por superficies normales al meridiano, dando lugar a las catorce cuñas que se indican en la figura.

Los pesos de cada parte han sido evaluados en m³ de fábrica.

El de la linterna por sector de 1/16 de circunferencia es de 24,5m³. Los de la propia cúpula son los siguientes :

Cuña	Nervio m ³	Hoja interna m ³	Hoja externa m ³	Total m ³
I	13,28	3,33	2,69	19,28
II	8,66	5,62	4,14	18,42
III	12,42	9,97	5,44	27,83
IV	11,46	13,91	7,91	33,28
V	15,88	15,81	8,44	40,13
VI	15,57	19,14	10,69	45,34
VII	15,12	22,31	12,54	49,97
VIII	21,12	24,31	13,40	58,83
IX	20,17	27,53	15,14	62,84
X	19,54	30,05	15,72	65,31
XI	21,55		60,05	81,60
XII	20,53		57,72	78,25
XIII	19,58		54,26	73,84
XIV	31,36		145,95	197,31

El volumen total de la cúpula resulta de 14.000 m³ equivalentes a 28.000 toneladas.

La figura 5D da el esfuerzo oblicuo de la linterna. Los polígonos *F* y *E* de dicha figura son los de esfuerzos de la hoja de estradós y de la hoja de intradós por se-

parado, los cuales dan lugar a las correspondientes curvas de presión en la figura 5B. Los polígonos *G* y su continuación *H*, dan los esfuerzos en la cúpula total y la curva de presión definitiva de la misma.

El examen da como estable la cúpula por sí sola. Sin embargo, para prevenir movimientos fué zunchada en su construcción, y luego en el año 1743, tal como aparece en la figura 4. Se pone en entredicho la eficacia de tales zunchos, sobre todo desde que al colocar el segundo zunchado se descubrió el primero roto. Es difícil afirmar categóricamente, sin embargo, que no deban ser empleados en estas obras, a pesar de que su unión con una fábrica de ladrillo es siempre muy deficiente.

El profesor Gottgetreu termina así su estudio :

«Es muy interesante la confrontación de la cúpula construída por Domenico Fontana y el proyecto de Miguel Angel: es imposible no reconocer un gran progreso en la primera no sólo desde el punto de vista estético, sino también, y sobre todo, del estático. La curva de presiones lo demuestra a causa del arco agudo adoptado para el perfil, porque podrían nacer dudas de la estabilidad, de seguir el proyecto de Miguel Angel, especialmente por el menor espesor de las costillas y el peso relativamente mayor de la linterna. Por otra parte, si se fuese hoy a construir una cúpula como la de San Pedro, habría de aconsejarse hacer un poco más peraltado el arco del perfil y hacer un poco menor el peso de la linterna.»

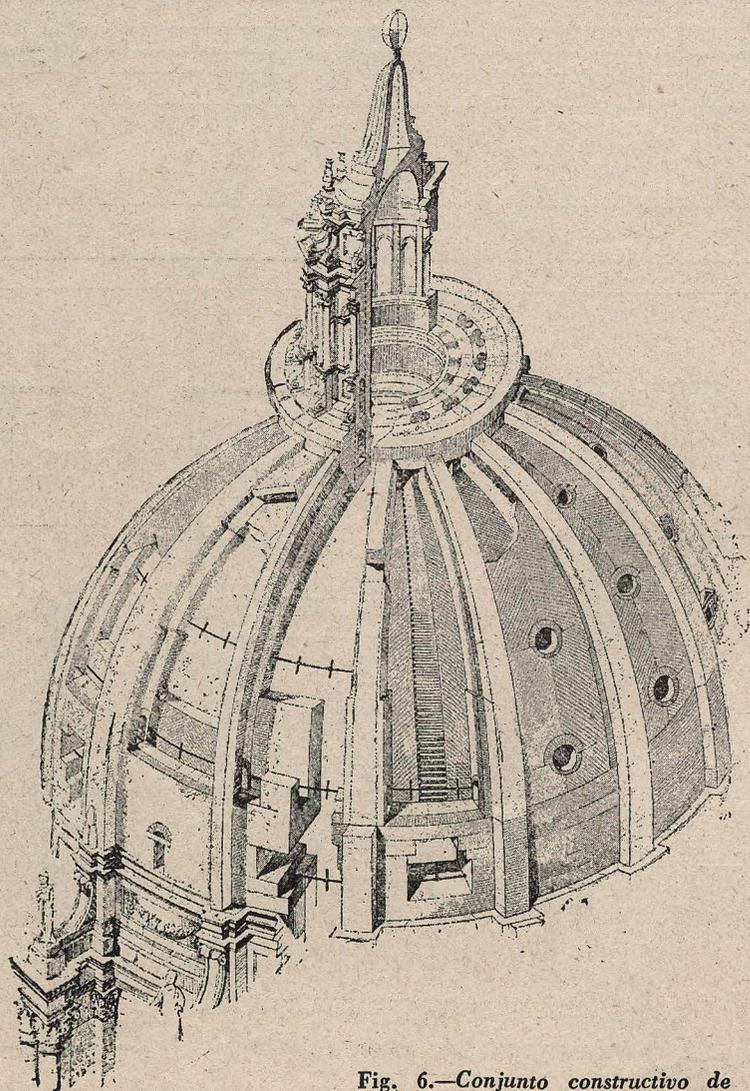


Fig. 6.—Conjunto constructivo de la cúpula.